



Diversidad, diferencia y sujetos contemporáneos
 Pensar la escuela y la universidad en tiempos de desigualdad, contra-conducta y nuevas subjetividades



El estado de “crisis” que se ha venido inventado en los tiempos actuales, por diversas razones, en especial por la reactualización del capitalismo en el siglo XXI, los movimientos sociales y la emergencia de nuevas dinámicas en relación con los sujetos y sus posibilidades de constitución, hace que la educación y la pedagogía tengan un juego de acciones y responsabilidades como nunca en la historia. La educación y su forma moderna escuela-universidad se ven obligadas a salir de su espacio conservador y transmisor de la cultura y las modelaciones de la sociedad para pensar, recrear y comprender a los sujetos en dinámicas atravesadas por escenarios de transformación acelerada: tecnológicos, identitarios, emocionales, económicos y sociales. Pero a su vez, la educación y pedagogía requieren volver a sus orígenes y raíces centradas en la formación y las posibilidades de multitudes de personas que no encajan en los circuitos mundiales del capital y son marginados, olvidados, excluidos y vulnerabilizados.

Estas consideraciones anteriores nos lleva como Área Disciplinar de Posgrados en Educación constituida por la proyección del Doctorado en Pedagogía y Didáctica DPD la Maestría en Educación y la Especialización en Necesidades de Aprendizaje en Lectura, Escritura y Matemáticas a convocar a investigadores, profesores, estudiantes, grupos de investigación, encargados de la orientación y diseño de políticas públicas en educación, redes académicas, al VII congreso de Investigación y Pedagogía con los ejes de discusión diversidad, diferencia y sujetos contemporáneos.

Como ha sido costumbre en las seis versiones anteriores del congreso los grupos que sostienen las líneas de investigación relacionadas con el área disciplinar de posgrados en educación coordinan las mesas temáticas ofertadas para la presentación de ponencias, conferencias, talleres, paneles y mini cursos (conferencistas invitados).



DE LAS TIC A LAS TAC EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA

Autores:

Moreno Caicedo, Daniel

EDUMAT UIS: Colegio Técnico Vicente Azuero

Correo electrónico: dmoreno65@gmail.com

Valderrama Moreno, Juddy Amparo

EDUMAT UIS: Colegio Técnico Vicente Azuero

Correo electrónico: juddyamparo2@gmail.com

Eje temático: TIC, educación, inteligencia artificial y diversidad.

Resumen: Este trabajo muestra la resolución de problema de Matemática Recreativa como una estrategia para desarrollar pensamiento en el aula de Matemáticas. Particularmente se pretende abordar la enseñanza de la matemática en un contexto formal a partir potenciar una actividad matemática enriquecida en interpretación, visualización, razonamiento, experimentación, conceptualización y comunicación de ideas entorno a la puesta en común de una estrategia de solución, la cual puede ser mediada con GeoGebra como sociocognitivo. Metodológicamente se fundamenta en los elementos aportados desde la investigación acción en un ciclo pensar, actuar y reflexionar. En respuesta se presenta el hallazgo de una rúbrica de exposiciones, la cual permite

al estudiante estructurar su conocimiento potenciando altos niveles de pensamiento.

Palabras Clave: Resolución de Problemas, Matemática Recreativa, GeoGebra, TAC

De las TIC a las TAC en la Educación

La inmersión de las Tecnologías de la información y la Comunicación (TIC) en los currículos de matemáticas ha sido de forma paulatino y en algunos con pocos avances. Sin embargo, la política pública en Colombia ha liderado proyectos que conlleven a dicha inmersión. Un ejemplo de ello, es el "Proyecto de Incorporación de la Tecnología al Currículo de Matemáticas" el cual se buscó aprovechar las bondades ofrecidas por las tecnologías para potenciar la enseñanza de la matemática (Castiblanco, 2002). Por otra parte, en el ámbito internacional se plantea la Tecnología como principio de la Educación Matemática (NCTM, 1991). Lo que es acorde con los planteamientos de diferentes autores como: Artigue (2011) para generar cosificación de saberes; Hoyles (2015) lograr rigurosidad y su proceso amplio; Ceballos y Triana (2016) para trascender y superar el instrumentalismo; Fiallo y Acosta (2017) abrir las posibilidades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y se puntualiza con el aporte que Colombia en las últimas décadas ha centrado sus bases en estructurar una política digital (OCDE, 2018). En conclusión, los intereses se centran en el uso de tecnología, la cual supera su manejo, usabilidad, utilitarismo dinámico y se enfoca en la inmersión con fines pedagógicos. En términos de Lozano (2011) es retomar las TIC y orientarlas a usos más formativos con el objetivo de aprender más y de mejor manera, es decir retomar las Tecnologías del Aprendizaje y el conocimiento (TAC), es poner las Tecnologías al servicio del conocimiento. Así mismo, Casablanca (2014a; 2014b) manifiesta que se circula en la era digital y

el interés se centra en las TAC, puesto que se requiere transitar de las TIC a las TAC.

En razón a lo anterior, la tecnología en la clase de matemática supera el uso operativo dinámico y llamativo de innovación por su existencia, en la medida que se incorpora para aprovechar sus bondades de visualización y experimentación y la robusticidad de aplicación en un escenario virtual, lo cual permite vivenciar la estructura de la matemática con sus propiedades y características en un ambiente real. Esto permite enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, puesto que, al mostrar que la matemática, es una herramienta vigorosa para solucionar problemas no solo del contexto propio de la matemática sino de otras ciencias, le brinda la oportunidad de comprender la estructura y los modelos matemáticos a los dos agentes involucrados. Al profesor para diseñar la actividad matemática en un proceso de enseñanza estructurado y fundamentado en los principios de la Educación Matemática y al estudiante a potenciar el proceso de aprendizaje puesto que le genera la oportunidad de aprender más y de mejor manera. Es así como, el poder simular situaciones en contextos offline o online genera una capacidad de creatividad e innovación en la búsqueda de nuevas estrategias de solución donde aplica el conocimiento matemático, el uso de tecnología y una oportunidad de aprendizaje continuo para el profesor y para el estudiante.

La resolución de problemas y las TAC

Enunciar las tecnologías y la aplicabilidad en la educación, la industria, el trabajo, entre otros contextos de la vida real, es la preocupación del ser humano. Por sus bondades de la inteligencia artificial, se pretende que la tecnología facilite procesos y genere más y mejores resultados, lo que es acorde con lo planteado por Casablancas (2014) es romper barreras y circular en la era digital.

Como se manifestó anteriormente, la Educación Matemática retoma la tecnología como el sexto principio para las matemáticas escolares, es así como se manifiesta fundamental e influyente en las matemáticas que se enseñan y enriquecedora con las que se aprenden (NCTM, 1999). En el ámbito nacional se plantea que en la clase de matemáticas se debe retomar y aprovechar las bondades ofrecidas por la tecnología para poder lograr desempeños eficientes y creativos de los estudiantes (MEN, 1998; 2006). En respuesta a los principios y los propósitos tanto internacionales como nacionales de la enseñanza de la matemática se plantea la necesidad de retomar la tecnología con fines específicos de la pedagogía. Por lo tanto, se retoma las Tecnologías del Aprendizaje y el conocimiento (TAC), ya que es retomar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para plantear un proceso de enseñanza. Sin embargo, las TIC es un concepto muy amplio, es así como se toma solo un artefacto tecnológico que en este caso particular es el software dinámico de GeoGebra, se aprovecha sus bondades y en términos de Moreno (2014), se convierte en un socio cognitivo, es decir un amplificador y generador de nuevos conocimientos. Son las TAC quienes retoman las TIC con fines pedagógicos (Lozano, 2011), es decir es diseñar el proceso de enseñanza con el propósito que el estudiante aprenda más y de mejor manera.

Por otro lado, de manera alterna en los dos ámbitos internacional y nacional se plantea la resolución de problemas como el núcleo para enseñar y poder vivenciar la matemática en diferentes contextos. Y al respecto, la literatura relaciona diferentes métodos para resolver un problema. Según Polya (1989) lo plantea en cinco pasos: comprender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan y examinar la solución; Mason et al (1989) abordaje, ataque y revisión; Shoenfeld (1995) análisis, exploración, ejecución y comprobación; Puig (1996) resultado, solución y resolución. Por lo tanto, se evidencia la importancia de estructurar una

estrategia que genere una solución eficiente y eficaz en un lenguaje propio de la matemática.

En respuesta a lo anterior para este trabajo se genera una propuesta de resolución de problema con uso de las TAC, donde se pretende desarrollar Pensamiento Matemático en el aula mediante la resolución de problemas de Matemática Recreativa mediadas con el socio cognitivo de GeoGebra. Ya que por las bondades que el software ofrece se puede apreciar una robusticidad matemática que hace posible realizar construcciones y razonar en torno a ellas. A continuación, se muestra los cinco pasos para resolver un problema: interpretar, razonar, solucionar, conceptualizar y comunicar.

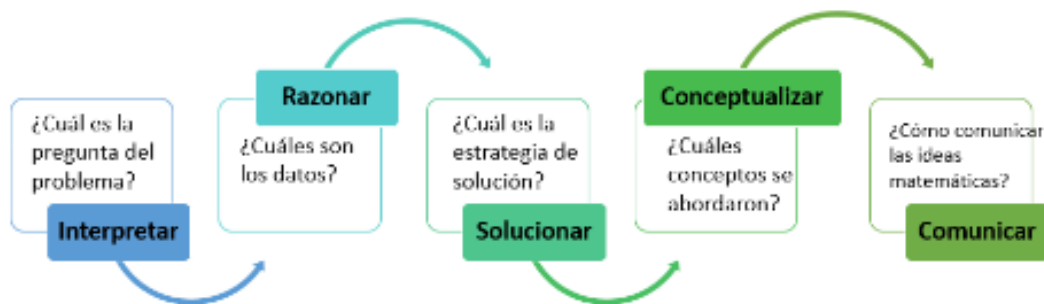


Figura 1: Método para resolver problemas de Matemática Recreativa

Como se observa en la figura 1, se inicia con la interpretación de la situación planteada, para esto, se fundamenta en identificar la pregunta del problema. No es tarea fácil, puesto que, la mayoría de los problemas se enuncian por medio de acciones. Por lo tanto, un primer paso para la aplicación de la resolución de problemas por medio de la rubrica de solución, es determinar las diferencias entre una acción y una pregunta y cómo determinar la pregunta a partir de la acción dada en el problema. Un ejemplo de ello es, si el problema manifiesta determine el área del área sombreada, significa que es una acción. Una pregunta gramaticalmente estructurada inicia con el signo de interrogación y una palabra interrogativa como: qué, cuál, cuánto, cómo, de qué manera entre otras y finaliza

con el signo de interrogación. Entonces la acción se interpreta como. ¿Cuál es el sombreada de la figura? ¿De qué manera se determina el área sombreada de la figura? Es decir, no existe una regla general del planteamiento de la pregunta, pues esta depende del contexto del problema. Sólo cabe resaltar que la pregunta del problema se puede encontrar de dos formas explícita o implícita. Explícitamente cuando el problema la trae formulada o implícita cuando se tiene una acción y su interpretación determina una pregunta gramaticalmente construida.

En segundo paso, se encuentra el razonar. La lectura del problema evidencia algunos datos dados explícitamente en el problema, inicialmente se determinan y posterior a ello, surgen nuevos razonamientos los cuales son producto de una lectura de los datos explícitos y sus consecuencias de acuerdo con el conocimiento matemático, sus propiedades y características. Ejemplo el dato explícito es un triángulo equilátero, de manera implícita se determina que tiene sus lados y ángulos iguales porque es un polígono regular de tres lados. En consecuencia, sin importar la medida de su lado, cada ángulo de triángulo equilátero mide 60° , por el teorema de los ángulos internos de un triángulo es 180. De esta manera se pone en juego un escenario para que el estudiante, realice razonamientos estructurados de antecedente y un consecuente, es decir, de explícito conjetura lo implícito y lo valida con ayuda del software de Geometría Dinámica GeoGebra.

Un tercer momento es la solución del problema, se determina cual fue su estrategia de solución. En su mayoría la estrategia de solución es el paso a paso de los razonamientos, puesto que producto de los razonamientos realizados anteriormente conllevan a la solución del problema. En consecuencia, es organizar los razonamientos y definir la estrategia de solución al problema. Cabe resaltar que un problema en su mayoría tiene una única solución, pero diferentes

estrategias de solución, estas dependen de quien lo resuelve y el conocimiento robusto ante la solución y su validación en un escenario matemático.

En un cuarto momento se encuentra la conceptualización, es reflexionar inicialmente de forma individual y posteriormente en una socialización los objetos matemáticos abordados sus conceptos y propiedades desde la mirada de un contexto matemático. Este momento busca robustecer la enseñanza de la matemática y su estructura.

Por último, se determina la comunicación de ideas matemáticas. El trabajo de la resolución de problemas de matemática Recreativa con ayuda de las TAC, particularmente del software GeoGebra, requiere que quién resuelve el problema, determine una estrategia de solución y su solución, la simule en el software GeoGebra, conjeture y valide a la luz de un lenguaje matemático. Por lo tanto, se plantea la socialización, esta puede ser con ayuda de otras herramientas tecnológicas para su exposición. En esta fase se potencia la capacidad discursiva tanto oral como escrita junto con el conocimiento matemático.

Aplicación de la Resolución de Problemas, GeoGebra y Matemática Recreativa

Problema: Construya un triángulo isósceles cuyo perímetro sea igual a la longitud de un segmento \overline{AB} . Describa el procedimiento. Explore este problema con algún programa de geometría dinámica.

Este es el problema propuesto en el nivel tres para los días 28 y 29 del mes de noviembre del año 2022. En el Colegio Técnico Vicente Azuero, se propone que lo resuelvan los estudiantes del grado décimo, sin embargo, la producción realizada en este escrito fue en el grado noveno y que el año entrante ingresaran a decimo, con estudiantes cuyas edades oscilan entre 13 y 15 años.

El abordaje del problema inicia a determinar la pregunta, la cual se infiere ¿Cómo construir un triángulo isósceles cuyo perímetro es igual a la longitud del segmento \overline{AB} ?, lo que significa que es una pregunta implícita que se deriva de interpretar la acción "construir un triángulo isósceles" con la condición "el perímetro es igual a la longitud del segmento \overline{AB} ". De igual forma se tiene preguntas secundarias como: ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AB} ? ¿Qué es un triángulo isósceles? ¿Cuáles son las propiedades del triángulo isósceles?, sin embargo, a pesar de tener preguntas secundarias, para determinar una solución al problema es relevante enfocar la pregunta a la pregunta base del problema ¿Cómo construir un triángulo isósceles cuyo perímetro es igual a la longitud del segmento \overline{AB} ?

En un segundo momento, en cuanto al abordaje del proceso de razonamiento, hay que determinar los datos explícitos del problema. Los cuales son pocos, ya que no se cuenta con la medida del segmento AB , sin embargo, si se tiene la acción y la condición, por lo tanto, el razonamiento permite que a partir del poco conocimiento desarrollar altos niveles de pensamiento, en términos de (Gardner, 2011) la resolución de problemas de matemática recreativa permite el desarrollo de altos niveles de pensamiento con poco nivel de conocimiento. En respuesta a la interpretación de los datos explícitos del problema se realiza los siguientes razonamientos:

- Si el perímetro es igual a la longitud del segmento AB , se puede afirmar que: Perímetro del triángulo = longitud del segmento AB .
- Si el triángulo es isósceles entonces, el triángulo tiene dos lados iguales.

En el problema se plantea realizarlo con un software de Geometría Dinámica, y con el software de GeoGebra, se realiza el abordaje para los nuevos razonamientos:

- Si el triángulo isósceles, entonces 2 lados son iguales. Por lo tanto, lo puedo garantizar con dos radios de una circunferencia que sean los lados del triángulo. El estudiante se plantea la pregunta ¿Cuál es la longitud del radio de la circunferencia?
- Como el triángulo es isósceles, la altura del triángulo forma dos ángulos rectos con el lado de la base. Por lo tanto, en la mediatriz del segmento AB, estará la altura del triángulo isósceles. Y la base se determina desde el punto de intersección entre el segmento AB y la mediatriz (llamado D). En consecuencia, se determina un segmento entre esta intersección y el extremo del segmento.
- Entonces se traslada el segmento AD sobre la mediatriz que pasa por el punto C (con la herramienta circunferencia de centro C y radio AD), se llama el punto de intersección de la circunferencia y la mediatriz E, luego el triángulo DCE es rectángulo y la mediatriz su tercer lado.

Finalmente, con la herramienta simétrico, se construye el triángulo simétrico de DCE con respecto a la mediatriz. Y el triángulo resultante DD'E es un triángulo isósceles, donde el perímetro es el segmento AB.

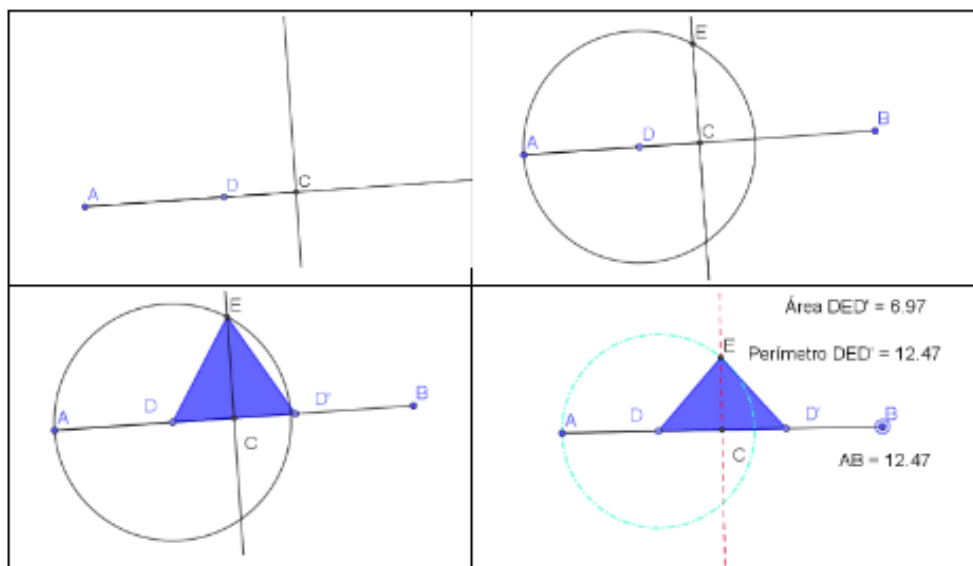


Figura 2: Construcción del Triángulo Isósceles en GeoGebra

Al mover el punto D se puede apreciar que el triángulo cambia de tamaño (el área varia), pero conserva el perímetro. De igual forma se observa que el punto D no puede ir hasta el punto A ni hasta C, puesto que no se formaría el triángulo DCE, por ello se debe lograr que el punto D, sea menos a la mitad segmento AC.

Se encuentra en el anterior razonamiento (realizada por los estudiantes en el aula de clase) que se determina la solución al problema, sin embargo, no se da respuesta a la pregunta en su totalidad ¿Cómo construir el triángulo isósceles? Para dar respuesta a la pregunta se requiere tener claro el protocolo de construcción, el cual consiste en determinar las acciones a realizar para hacer una correcta construcción. Cabe resaltar la característica única de una construcción (en un software de Geometría dinámica), que resiste la prueba del arrastre, es decir que al mover un punto lo realizado conserva las propiedades de lo solicitado. En este caso, una vez se mueva un punto del segmento AB, el triángulo construido es isósceles y su perímetro es de igual longitud al segmento. Para esta actividad se puede apoyar en el protocolo de construcción que registra GeoGebra. En la caja de herramientas "Vista" se despliega y se escoge "Protocolo de Construcción". Allí se registra el paso a paso de las acciones realizadas para hacer la construcción.

En la siguiente imagen se ilustra lo que se puede observar: las 18 acciones realizadas, en la opción reproduce, al dar clic, el software le muestra una a una las acciones y realiza la construcción de acuerdo con la velocidad que se determine, se puede observar el nombre del objeto matemático utilizado, la descripción y el valor.

Nº	Nombre	Descripción	Valor	Rótulo
7	Punto D	Punto sobre h	$D = (5.4, 1.77)$	
8	Circunferencia c	Circunferencia que pasa por A con c: $(x - 5.4)^2 + (y - 1.77)^2 = 13.09$ centro D		
9	Punto E	Intersección de c, g	$E = (7.96, 4.32)$	
10	Punto D'	Simétrico de D según g	$D' = (10.83, 1.80)$	
11	Triángulo h	Polígono D, F, D'	$h = 6.54$	
11	Segmento d'	Segmento (D, G)	$d' = 3.62$	
11	Segmento d	Segmento (E, D)	$d = 3.62$	
11	Segmento c	Segmento (D', D)	$c = 5.23$	
12	Número distanciaAB	Distancia entre A y B	distanciaAB = 12.47	
13	Texto TextoAB	Nombre(A) + (Nombre(B)) + " = " + "AB = 12.47"		

Acciones (written vertically on the left)

Velocidad (written above the 'Reproduce' button)

Total de acciones (written below '18 / 18')

Figura 3: Protocolo de Construcción en GeoGebra

En respuesta a lo observado en el protocolo de construcción de GeoGebra se puede determinar que, para realizar la construcción del triángulo isósceles, cuyo perímetro es igual a la longitud de un segmento AB, las siguientes acciones:

- Trazar el segmento AB
- Trazar la mediatriz al segmento AB
- Determinar la intersección entre la mediatriz y el segmento. Renombrar el punto intersección con la letra C.
- Trazar un segmento AC, determinar el punto medio, renombrar con J.
- Poner un punto entre J y C, renombrar con D
- Trazar una circunferencia centro en D y punto en A.
- Determinar la intersección entre la mediatriz y la circunferencia. Renombrar con la letra E.
- Trazar el simétrico del punto D, con eje de simetría en la mediatriz.
- Trazar el polígono DED'.
- Medir el: Perímetro del polígono (triángulo isósceles) y la longitud del segmento. Corroborar que su valor es igual. De igual forma determinar el

área para verificar que se puede construir un triángulo isósceles con igual perímetro y diferente área.

De esta manera se da respuesta a la pregunta, por consiguiente, se determinó la solución al problema. Entonces, se continúa con el cuarto paso, el cual consiste en determinar y definir los conceptos utilizados para dar solución al problema. A continuación, se expone algunos:

- Segmento. Conjunto de puntos comprendido entre dos puntos de una recta
- Mediatriz. Línea que divide el segmento en dos partes completamente iguales.
- Punto (elemento sin dimensiones, no tiene definición)
- Circunferencia. Conjunto de puntos que equidistante de punto fijo llamado centro.
- Simétrico: elemento con idénticas características a otro
- Triángulo isósceles. Triángulo que tiene dos de sus lados de igual longitud.
- Perímetro. Es la suma de todos los lados de una figura.

Una vez se finaliza la conceptualización, el estudiante organiza las ideas, para exponer la estrategia de solución, la cual no es única y depende de la experimentación y su capacidad para generar estrategias. Por lo tanto, puede que al realizar los razonamientos se genere una estrategia, pero una vez determinada y continuar con la manipulación de GeoGebra y sus conocimientos, puede generarse nuevas estrategias de solución. Un ejemplo de ello, es en este caso producto del razonamiento en clase generó un segundo protocolo de construcción:

- Trazar el segmento AB
- Trazar punto medio entre AB. Renombrar con J

- Trazar un segmento entre JB. Poner un punto en el objeto en el segmento JB. Renombrar con C
- Punto Medio entre AC. Renombrar con D
- Trazar una circunferencia Centro A y Punto D
- Trazar la circunferencia con centro en D y Radio CD
- Punto de intersección entre las dos circunferencias. Renombrar con E
- Trazar el polígono ADE
- Verificar si el perímetro del triángulo ADE es igual a la longitud del segmento AB



Figura 4: Construcción II en GeoGebra

De esta manera el estudiante del grado noveno aborda la resolución de problemas del Calendario Matemático, la cual es una estrategia que se aplica y cuyo propósito es potenciar el desarrollo de los procesos matemáticos, para que los contenidos sean solo un pretexto para enseñar una matemática en un contexto formal.

Así mismo, el trabajo en el laboratorio de GeoGebra permite que el estudiante experimente, visualice y razone para determinar la estrategia. Esta práctica se realiza en dos momentos uno en la presencialidad Offline y otra casa Online. En la presencialidad se inicia el trabajo y lleva los apuntes a realizar en el laboratorio en casa, para ello se crea un Classroom en la plataforma de GeoGebra donde el estudiante realiza la construcción. Cabe resaltar las diferencias entre construcción y dibujo. Un dibujo es una representación pictográfica de lo que se ve, pero una construcción es la solidez de la

representación, donde las propiedades de un objeto matemático se conservan. Razón por la cual una construcción resiste la prueba del arrastre, es decir que al mover cuales quiera que sea un punto las propiedades y las características matemáticas de la construcción se conservan. A continuación, se muestra el laboratorio realizado por los estudiantes.

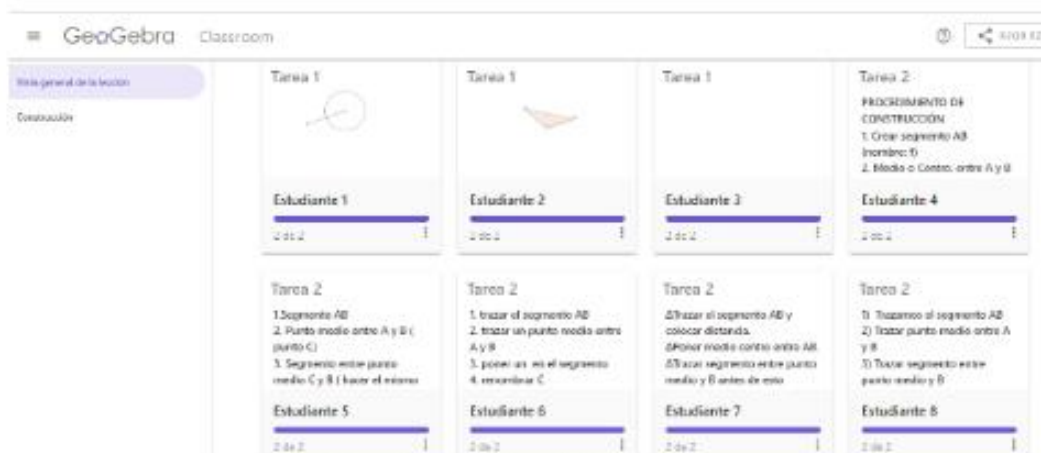


Figura 5: Laboratorio en GeoGebra Online

Método, alcance y conclusiones

Este trabajo se fundamenta en elementos del paradigma pragmático, con un diseño de investigación acción en tres fases: pensar, actuar y reflexionar (Hernández et al., 2014). En la fase de pensar se retomó los resultados de la vigencia 2021 y se realizó reformas generando la rúbrica de exposición, en la fase de actuar se realizó la aplicación, aquí se evidencio el avance a la habilidad de poner en juego herramientas cognitivas, procedimentales y de trabajo individual y colectivo en la resolución de problemas. Por otra parte, en esta segunda fase los estudiantes se destacaron en el XXII Encuentro de Estudiantes Calendario Matemático. Finalmente, en la tercera fase se validó la rúbrica de exposiciones para futuras vigencias del proyecto.

La metodología para realizar en este taller se estructura en tres momentos: inicialmente una explicación teórica del proyecto, en el segundo momento una actividad práctica de aplicación de la rúbrica de exposición en la plataforma de GeoGebra Online y un último momento la socialización del trabajo realizado.

El alcance de la investigación responde al propósito del proyecto, el cual es promover el desarrollo del Pensamiento Matemático desde la aplicación de la actividad matemática estructurada con los elementos que aporta el planteamiento y resolución de problemas de Matemática Recreativa con GeoGebra como medio. El desarrollo del pensamiento no es automático, sino que requiere procesos de pensamiento que conlleven a generar la capacidad de desenvolverse con propiedad al utilizar la matemática como estrategia ante la solución de un problema, no necesariamente en contextos matemáticos, ya que, la mayoría de los problemas son de aplicación de otras ciencias en contextos socialmente reales. Lo que es acorde con lo planteado por De Zubiria (2006) quien plantea que la educación requiere de instrumentos del conocimiento y los procesos de pensamiento, y para ello se exige poseer conceptos y razonamiento s de mayor nivel de complejidad integridad y abstracción. En el aula la aplicación de este proyecto evidencio el inicio, crecimiento y maduración incipiente de la capacidad de estructura de razonamiento y proceso de pensamiento.

De igual forma se expone que este trabajo tiene aplicación en instituciones educativas del departamento de Santander y el Cesar, puesto que, desde el grupo de Investigación EDUMAT UIS se potencia la aplicación del proyecto planteamiento y resolución de problemas de Matemática Recreativa con tecnología. Particularmente en la Comunidad de Práctica (CoP), se realiza el abordaje de los problemas planteados desde el proyecto de Calendario Matemático (Zuluaga, 2010).

Para concluir, se puede afirmar que la actividad matemática pensada, diseñada y reflexionada con la incorporación por GeoGebra como socio Cognitivo abre las posibilidades de aprendizaje, ya que le permite al estudiante experimentar y visualizar, razonar, comunicar, modelar, representar las acciones para poder validar a la luz de la estructura matemática la aplicación de propiedades y características. Lo que genera que el estudiante realice procesos de pensamiento que conllevan a reflexión la aplicación de la matemática en contextos formales.

Otra conclusión es que el diseño de la actividad matemática mediada con tecnología, posibilita el desarrollo de competencias básicas del ser humano: cognitivas desde el ámbito lógico matemático, lectoescritoras para poder comunicar las ideas matemáticas de forma oral y escrita, tecnológicas en el manejo de herramientas tecnológicas y competencias ciudadanas al saber escuchar y tener elementos para ser escuchado en las socializaciones de las estrategias de solución.

Finalmente se aprecia que la actividad matemática estructurada genera una Práctica Pedagógica con alto nivel de desarrollo de Pensamiento Matemático, lo que hace posible que los estudiantes retomen los conocimientos y generen nuevos saberes. Aprendan a manejar el tiempo y su capacidad de atención y concentración en la actividad de resolución de problemas, discernir y tomar decisiones con argumentos de acuerdo con un contexto y un problema determinado. Esto fomenta el desarrollo de competencias ciudadanas de los estudiantes en el aula y fuera de ella. Por otra parte, a los estudiantes por ser nativos digitales le gusta el uso de la tecnología, aunque en ocasiones intentan repelar puesto que estas práctica superan la manipulación y requieren manejo de propiedades y características matemáticas, esto es acorde con lo que planteo Prensky (2010) son jóvenes que prefieren trabajar en la red, les agrada los gráficos y repelen con los textos, les encanta la inmediatez, los atrae las multitareas y trabajos paralelos, pueden dedicar la gran mayoría de tiempo en

un video juego y en su entorno, también les gusta la recompensa inmediata. En consecuencia, lograr que los estudiantes manejen un ambiente activo, llamativo de aprendizaje requiere que la práctica sea estructurada y los problemas sean seleccionados para poder mantener la concentración y su inmersión en determinar la estrategia y su solución.

Por su parte, el profesor requiere hacer la inmigración a la era digital y su entono explícito e implícito, para generar oportunidades para resolver problemas de diferentes maneras, y abrir la posibilidad de entender y comprender las estrategias de solución planteada por los estudiantes y abordar la rigurosidad de matemática que se requiere de forma particular y grupal en la socialización, junto a la aplicación de la misma en un software, es decir requiere ahondar conocimientos disciplinares, tecnológicos y pedagógicos en torno de una actividad de Matemática estructurada.

Referencias

- Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: Desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. *Cuaderno de Investigación y Formación en Educación Matemática.*, 8, 13-33.
- Acosta, M., & Fiallo, J. (2017). Enseñando Geometría con Tecnología Digital: una propuesta desde la Teoría de las Situaciones Didácticas. Bogotá Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Casablanca, S. (2014). De las TIC a las TAC, un cambio significativo en el proceso educativo con tecnologías. *Revista Virtualidad, Educación y Ciencia (VEC)*, (5) 106-109.
- Casablanca, S. (2014). *Enseñar con Tecnologías...transitar de las TIC hasta alcanzar las TAC*. Buenos aires, Argentina: Estación Mandioca ediciones, S.A.

- Castiblanco, A. (2002). El proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas y sus avances [Conferencia]. *Congreso Internacional: Tecnologías computacionales en el currículo de Matemáticas*, Bogotá, Colombia.
- Ceballos, J.; y Triana, M. (2016). Valoración de Objetos Virtuales para la enseñanza de la Matemáticas. Un instrumento para profesores. Universidad de Medellín.
- De Zubiría, J. (2006). *Los modelos pedagógicos*. Cooperativa Editorial del Magisterio
- Gardner, M. (2011). Matemáticas para todos (y códigos ultrasecretos). Barcelona, España: RBA.
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México, México: McGRAW-HILL / Interamericana Editores, S.A. de C.V, quinta edición.
- Hoyles, D. (2015). Comprometerse con las matemáticas en la era digital. *Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática, 1*, 36-51.
- Lozano, R. (2011). De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y el conocimiento. *Anuario ThinkEPI*, (5) 45-47.
- Mason, J. et al. (1989). *Pensar Matemáticamente*. Editorial Labor, España.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares Matemáticas*. Ministerio de educación Nacional. Colombia Bogotá. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Revolución Educativa Colombia Aprende.
- Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al píxel*. Universidad Industrial de Santander.

- National Council of teachers of Mathematics. (1991). *Principles and Standards for Mathematics Education* (SAEM Thales). Andalusian Society of Mathematics Education Thales.
- Prensky, M. (2010). *Nativos e Inmigrantes digitales*. Distribuidora SEK, S.A.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas, México.
- Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas*. Granada: Comares
- Santos Trigo, L (2011). La Educación Matemática, Resolución de Problemas y el empleo de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 6(8), 35-54
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- Zuluaga, C. (2010). *Colombia Aprendiendo Proyecto Matemática Recreativa*. Editorial Printed in Colombia. Bogotá Colombia.