



Diversidad, diferencia y sujetos contemporáneos
 Pensar la escuela y la universidad en tiempos de desigualdad, contra-conducta y nuevas subjetividades



El estado de “crisis” que se ha venido inventado en los tiempos actuales, por diversas razones, en especial por la reactualización del capitalismo en el siglo XXI, los movimientos sociales y la emergencia de nuevas dinámicas en relación con los sujetos y sus posibilidades de constitución, hace que la educación y la pedagogía tengan un juego de acciones y responsabilidades como nunca en la historia. La educación y su forma moderna escuela-universidad se ven obligadas a salir de su espacio conservador y transmisor de la cultura y las modelaciones de la sociedad para pensar, recrear y comprender a los sujetos en dinámicas atravesadas por escenarios de transformación acelerada: tecnológicos, identitarios, emocionales, económicos y sociales. Pero a su vez, la educación y pedagogía requieren volver a sus orígenes y raíces centradas en la formación y las posibilidades de multitudes de personas que no encajan en los circuitos mundiales del capital y son marginados, olvidados, excluidos y vulnerabilizados.

Estas consideraciones anteriores nos lleva como Área Disciplinar de Posgrados en Educación constituida por la proyección del Doctorado en Pedagogía y Didáctica DPD la Maestría en Educación y la Especialización en Necesidades de Aprendizaje en Lectura, Escritura y Matemáticas a convocar a investigadores, profesores, estudiantes, grupos de investigación, encargados de la orientación y diseño de políticas públicas en educación, redes académicas, al VII congreso de Investigación y Pedagogía con los ejes de discusión diversidad, diferencia y sujetos contemporáneos.

Como ha sido costumbre en las seis versiones anteriores del congreso los grupos que sostienen las líneas de investigación relacionadas con el área disciplinar de posgrados en educación coordinan las mesas temáticas ofertadas para la presentación de ponencias, conferencias, talleres, paneles y mini cursos (conferencistas invitados).

TENDENCIAS INVESTIGATIVAS EN TORNO AL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS (EOS)

Autor:

Rivera Mesa, Maritsa

Universidad Metropolitana de Educación Ciencia Y Tecnología

Correo electrónico: maritsariveramesaamistadb@gmail.com

Eje temático: La Educación Matemática Inclusiva

Resumen: Esta ponencia presenta una revisión teórica de los aportes de diversos autores a la didáctica de la matemática, inherentes al objeto matemático fracción, durante los últimos diez años. Específicamente, se estudian los resultados teórico-prácticos desde el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), para conocer las tendencias investigativas en este campo y posteriormente implementar un modelo didáctico donde los estudiantes involucrados logren una comprensión holística de las fracciones.

La investigación, basada en el enfoque EOS, se cimentan en la revisión documental y el análisis interpretativo utilizando el método de ingeniería didáctica, que según Artigue et al. (1995) busca construir conocimiento sobre los saberes matemáticos y su comunicación. La revisión incluye trabajos de diversos autores como: Arteaga (2014), Font et al. (2017), Sepúlveda (2016), Breda et al. (2018), Pino et al. (2011), Parra y Flórez (2008), Gómez (2020), Rodríguez (2019), Godino et al. (2017), Torres (2011) y Gómez (2020); quienes abarcan diferentes aspectos de la didáctica matemática, como el estudio de las nociones

ontológicas y semióticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la formación inicial de docentes de matemáticas, el conocimiento y las competencias didáctico-matemáticas de los profesores para enseñar fracciones, y el uso de estrategias de aprendizaje cooperativo para resolver problemas con fracciones, entre otros.

En general, todas estas investigaciones se han centrado en comprender la complejidad del proceso de aprender y enseñar fracciones y buscan aportar elementos valiosos para el desarrollo de futuros estudios en este campo de la didáctica matemática.

Palabras claves: significados, objeto matemático fracción, enfoque ontosemiótico, conocimiento didáctico, competencias.

Introducción

En el presente artículo de revisión de revisión teórica busca exponer algunas de los enfoques investigativos entorno a la educación matemática, específicamente aspectos relacionados con el enfoque onto semiótico; se mencionan aspectos generales como la formación matemática en Colombia, la complejidad en los procesos de enseñanza, la motivación y dificultades en la comprensión del objeto matemático fracción; enfatizando en el desarrollo de trabajos desde la perspectiva planteada, los puntos de encuentro y los hallazgos encontrados.

La formación matemática en las instituciones de educación básica y media requiere que los docentes y la comunidad educativa efectúen diversos análisis que evidencian el trabajo desarrollado en el interior del aula de clase, las problemáticas que se evidencian en ella, de la manera cómo se pueden solucionar, entre otros aspectos. En este sentido, el Ministerio de Educación – MEN (2006) firma que, durante un extenso período en Colombia, los profesionales dedicados a la enseñanza de las matemáticas han estado inmersos

en un proceso de investigación profunda, análisis y discusión acerca de cómo mejorar la formación matemática en niños, niñas y jóvenes, buscado determinar cómo sus esfuerzos pueden contribuir efectivamente a los objetivos y propósitos actuales de la educación en el país. Es así como las instituciones educativas y los maestros enfrentan diariamente desafíos globales y nacionales; estos desafíos incluyen la necesidad de proporcionar una educación inclusiva para todos, abordar la diversidad cultural, y formar ciudadanos con las habilidades necesarias para participar de manera activa y responsable en la democracia, ejerciendo sus derechos y deberes cívicos.

Bajo este escenario, la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas debe tener presente estrategias que permitan valorar elementos relacionados con las diversas facetas, sus interacciones y sustentados en un marco teórico que permita aportar a la aplicación de diversas herramientas conceptuales y metodológicas en el campo de las matemáticas. Al respecto Godino (2017) considera que así, adoptamos el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la enseñanza de las matemáticas, basado en supuestos antropológicos, ontológicos y semióticos, como guía para todas las etapas del proceso educativo.

Además, es preciso tener en cuenta, que la manera en que los estudiantes ven su desempeño en matemáticas afecta su actitud hacia futuros aprendizajes, debido a que las causas atribuidas a los éxitos o fracasos ya sean internas (habilidad, esfuerzo) o externas (suerte, profesor), pueden ser apreciadas como constantes o variables, controlables o incontrolables; por tanto, atribuir éxitos a factores externos y fracasos a factores internos puede ser perjudicial. Frente al tema Font (1994) afirma que la concepción de éxito o fracaso es muy común en matemáticas, por ejemplo, según su investigación las justificaciones que dieron estudiantes entre los 11 y 12 años se materializaron en frases como “yo no sirvo para las matemáticas”, “la matemática no es lo mío” ..., así, es importante

analizar las causas más que los resultados, porque de ellas depende la manera de afrontar las nuevas situaciones de aprendizaje y el esfuerzo que le dedicará.

Aspectos metodológicos

El objetivo general de este escrito es analizar los significados que manifiestan los estudiantes de grado séptimo, sobre el objeto matemático fracción, desde las facetas afectiva y cognitiva enmarcadas en el (EOS) para que mediante un proceso de intervención en el aula los sujetos de estudio logren una comprensión holística del objeto; de manera puntual se pretende identificar los niveles de comprensión que tienen los estudiantes sobre el objeto matemático fracción, examinar didácticamente este objeto en los textos de matemáticas, construir y validar instrumentos didácticos desde la perspectiva del EOS, sobre el objeto matemático fracción.

La metodología de la investigación que está en curso sigue un enfoque mixto con diseño de triangulación concurrente (DITRIAC), envuelve un proceso de recogida, clasificación, análisis e integración de datos cuantitativos y cualitativos para ratificar o aprobar consecuencias resultantes y efectuar triangulación entre ellos; el estudio se va a realizar con los estudiantes de grado séptimo de una institución educativa pública de Boyacá, Colombia.

Para el análisis de la información se utilizarán los fundamentos del EOS, que según Godino (2012) tiene el compendio de elementos teóricas del EOS en cinco niveles como los son: "el Sistema de Prácticas, la Configuración de Objetos y los Procesos Matemáticos, la Configuraciones y trayectorias didácticas, la dimensión normativa y la idoneidad didáctica". Según D'Amore et al. (2007), estos niveles de análisis nos permiten describir, explicar y evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje presente en el aula de las matemáticas.

Finalmente, dentro de las técnicas de recolección de datos se contempla la observación de participantes, la entrevista estructurada y el cuestionario semiestructurado; aplicadas al trabajo individual, en grupo y la socialización en plenaria; lo cual aporta los datos requeridos para el análisis a la luz de los elementos del modelo Ontosemiótico, que se efectuara mediante la triangulación de la información derivada de las estrategias comunicativas aplicadas a los estudiantes, y los contenidos respecto al objeto matemático fracción presentes en los libros de texto.

Revisión de Antecedentes

El eje fundamental de este escrito es la revisión teórica de artículos de investigación y trabajos de tesis a nivel de maestría y doctoral, consultados algunas páginas académicas y repositorios de universidades, los cuales abordan las tendencias investigativas relacionadas con el enfoque ontosemiótico.

Antecedentes teóricos

La investigación se sustenta teórica y metodológicamente en la perspectiva del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS), desarrollado en diversos trabajos de Godino y Batanero; este enfoque surgió en los años 90, liderado por Juan D. Godino y sus colaboradores como un marco teórico amplio que unifica y clarifica conceptos de otras teorías y enfoques. Se utiliza para investigar y describir holísticamente los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, y también ayuda a definir problemas e investigaciones en esta área. El EOS, conforme lo expresa Torres (2011) está constituido por cinco unidades de análisis progresivo así:

- 1) el análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas operativas y discursivas;
 - 2) definición de configuraciones de objetos y procesos matemáticos usados en las prácticas matemáticas;
 - 3) análisis de las trayectorias e interacciones didácticas a partir de los objetos y procesos;
 - 4) identificación de normas y metanormas que influyen en los roles e interacciones didácticas; y
 - 5) valoración de la idoneidad didáctica como criterio de adecuación y pertinencia de todos los componentes anteriores.
- (p. 56)

El EOS precisa de un fundamento teórico y metodológico cimentado en preceptos epistemológico, antropológico y sociocultural enfocada a las matemáticas, que lo dota de herramientas teóricas que se enfocan en el juego del lenguaje y el uso de las matemáticas en contextos sociales, redefiniendo la comunicación e interpretación en el aula como prácticas sociales. A juicio de Godino (2017) el EOS desarrolla herramientas para un modelo de enseñanza que analiza los procesos en el aula, para tal propósito combina teorías de Educación Matemática para el análisis de la instrucción y el conocimiento del profesor, lo que consecuentemente facilita el estudio y la integración de componentes esenciales para una enseñanza efectiva de conceptos matemáticos en el aula.

A nivel internacional

En el contexto del Enfoque Onto semiótico EOS y objeto matemático fracción, según rastreo teórico se pudo evidenciar la realización de numerosas investigaciones internacionales efectuadas durante los últimos años, denotándose algunos de los hallazgos relevantes que se precisan a continuación:

Para comenzar, Godino et al. (2006) en su artículo titulado "Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática", presentaron nuevos enfoques teóricos para estudiar la enseñanza

matemática bajo el prisma del enfoque ontológico y semiótico. Su investigación modeló el proceso de enseñanza-aprendizaje utilizando los seis subprocesos del EOS: "epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional" (Godino et al., 2006, p. 39), con trayectorias y estados potenciales, lo que les permitió definir significados, patrones de interacción didáctica y conflictos semióticos en las interacciones; concluyendo que su mayor contribución es en el ámbito teórico, utilizando procesos de modelización de procesos estocásticos. El análisis del tema "cálculo de derivadas reveló los significados institucionales y complejas interacciones entre docentes, estudiantes, herramientas y procesos cognitivos y emocionales; llevando a comprender cómo los conocimientos de los estudiantes se desarrollan a lo largo del tiempo, influenciados por los significados y diversos factores. En síntesis, el artículo ofrece a la comunidad científica aportes teóricos y metodológicos, como el enfoque en procesos estocásticos, su categorización y la introducción de conceptos de interacción y configuración didáctica.

Entre tanto, Torres (2011) en su publicación plantea ciertos cambios y depuraciones en aspectos determinados de cada una de las cinco unidades que comprenden el EOS: "los sistemas de prácticas, los objetos y procesos, las configuraciones didácticas, los sistemas normativos y la idoneidad didáctica" (p. 54). En este estudio se parte de la historicidad del Enfoque Ontosemiótico para proseguir con el abordaje teórico de los sistemas de experiencias operativas y discursivas, estructuración de objetos y procesos, distribuciones y lineamientos didácticos, capacidad normativa y criterios de idoneidad didáctica; los autores concluyen que el Enfoque Ontosemiótico ha demostrado constituir un instrumento beneficioso para concebir asertivamente las complejidades de los procesos que implican la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, así como para encaminar exploraciones sustanciales relacionadas con la didáctica de las matemáticas.

Igualmente, Pino et al. (2011) presentan un resumen de discernimientos sobre la derivada, referentes al componente epistémico propio del saber didáctico-matemático; en este caso se hizo uso de los elementos de clasificación epistémica y de sentido holístico del EOS del conocimiento y la educación matemática; los autores proponen una nueva interpretación de la noción de derivada, debido a que la formación en cálculo infinitesimal ha sido ampliamente investigada en educación matemática. Los hallazgos de esta investigación servirán como base para crear herramientas de evaluación y fortalecer los conocimientos didácticos sobre la enseñanza del concepto matemático de derivada.

De otro lado, Castro (2015) en su tesis doctoral "Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros", planteó ahondar en los usos y razonamientos de la correspondencia parte-todo mediante un análisis conceptual para analizar su conocimiento matemático sobre fracciones, incluyendo su estructura conceptual, representaciones, contextos y aplicaciones. Esta investigación se cimentó en un estudio de carácter teórico y empírico, efectuado en tres fases secuenciales de acopio e interpretación de datos relativo a las fracciones extraídos de los contenidos y el conocimiento didáctico de los futuros educadores de formación primaria. El resultado evidencia que la relación parte-todo confiere soporte a las estructuras aditiva y multiplicativa de las fracciones. Se concluye, que los docentes en formación tenían conocimiento previo sobre el concepto de parte-todo de las fracciones, no obstante, algunos dominaban sólo unos de los elementos que forman la estructura conceptual. El estudio aporta aspectos generales de proyectos y trabajos de investigación sobre el conocimiento concerniente al tema de las fracciones, sobre su estructura matemática, las representaciones, el contexto y modos de uso de las fracciones, vitales para analizar que trabajos se han realizado sobre el objeto matemático fracción en los últimos años que pueden dar sustento al presente estudio.

Desde otro ángulo, Font y Rubio (2017) publican un artículo que presenta algunas consideraciones sobre la noción de proceso, su concepto desde el Enfoque Ontosemiótico como lo es la práctica, procedimiento y proceso, los 16 procesos básicos derivados de los constructos del EOS (configuración de objetos primarios y facetas duales), "los procesos de comunicación, enunciación, definición, argumentación y algoritmación y los procesos que facilitan las facetas duales dentro de los que se cuentan: Institucionalización- personalización, generalización, particularización; descomposición-reificación; materialización-idealización; representación significación" (p. 714) y finalmente presentan una herramienta para visualizar procesos. Los resultados muestran que el instrumento proporciona una representación visual de los elementos fundamentales en el desarrollo de una clase de matemáticas, como definiciones, proposiciones y procesos matemáticos, para tal fin utiliza una gráfica con el eje horizontal que muestra el tiempo y el eje vertical que resalta los objetos primarios y procesos matemáticos involucrados, haciendo evidentes los aspectos matemáticos de la actividad.

En tanto, Godino et al. (2017) en su artículo definen y relacionan "las nociones de significado pragmático y configuración Ontosemiótica en dos niveles de análisis de la actividad matemática" (p. 1); el primero se enfoca en el estudio fenómeno-antropológico, donde se identifican los problemas matemáticos, las prácticas utilizadas, los contextos de empleo y los marcos institucionales; en tanto que el segundo nivel se centraliza en la configuración Ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos, dentro del marco del EOS. También se explica la noción de significado pragmático y de configuración Ontosemiótica en el caso de la proporcionalidad, para exponer aspectos de los significados pragmáticos según los niveles o grados de algebrización (aritmético, proto-algebraico, algebraico-funcional), respecto a las configuraciones ontosemióticas (proto-algebraica, algebraica-funcional). Como conclusión, los autores afirman que la

individualización del proceso y objetos inherentes a la práctica matemática por parte del docente es una capacidad que conlleva a interpretar la evolución de los aprendizajes, gestionar las necesidades y valorar las capacidades matemáticas del estudiante.

Por otra parte, Parra y Flores (2008), presentan un artículo resultado de un trabajo en el cual se precisó un análisis de la concepción sobre las fracciones que tenían estudiantes de bajo rendimiento académico, aplicando un juego matemático orientado al aprendizaje cooperativo. Los autores concluyen que al trabajar cooperativamente los estudiantes pudieron enunciar y discutir propuestas de solución a los problemas considerados a fin de compartir conceptos que los llevara a nuevas y efectivas soluciones que convergen en nuevos conocimientos relacionados con las fracciones, los problemas y los procedimientos. El aporte de este estudio es significativo, porque evidencia el trabajo en aula y las percepciones de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones relacionadas con fracciones y además ofrece un análisis desde el EOS para comprender las dinámicas mediadas por el aprendizaje cooperativo.

Igualmente, Breda et al. (2018) presenta un artículo orientado a comprender la justificación de los docentes referente a las propuestas didácticas encauzadas al afianzamiento de la enseñanza de las matemáticas, para incrementar la reflexión del maestro sobre su quehacer, empleando el constructo *criterios de idoneidad didáctica* del EOS, tomado como un elemento de meditación sobre las acciones que el docente efectúa en los diferentes procesos de formación. Parte de trabajo residió en el rastreo teórico de la historia de la educación matemática del 2007 al 2015, enfatizando en el desarrollo de la noción de idoneidad didáctica y su relevancia en la preparación educativa de los profesores, con el apoyo de Vicenç Font encargado de aplicar el constructo a la preparación de los docentes. En el rastreo histórico se evidenció poca profundización en temas relacionados con: “¿Por qué optar por el término idoneidad y no por el término calidad? ¿Hasta qué

punto es importante el contexto en la aplicación de los criterios de idoneidad didáctica? ¿Por qué optar por un constructo que implica introducir valoraciones y principios normativos en la práctica del profesor?” (Breda et al., 2018, p. 257), estas preguntas moldearon la perspectiva del artículo, que explora el origen del constructo *idoneidad didáctica*. Se concluye que los discernimientos, componentes e indicadores reflejan consensos sobre una enseñanza matemática efectiva, ampliamente compartidos entre educadores y se sugiere crear espacios para generar consensos en el grupo. El artículo aporta elementos metodológicos y teóricos para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza y diseñar estrategias basadas en el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, considerando el contexto en el análisis de las aulas docentes.

Frente al tema Balcaza (2018) presenta un estudio doctoral que se enfocó en los problemas didácticos en la enseñanza y aprendizaje de nociones matemáticas sobre optimización, resueltos con cálculo diferencial, usando el EOS y la teoría de registros de representación Semiótica. En esta indagación, los autores: 1) Reconstruyeron el significado institucional a través de análisis histórico-epistemológico; 2) compararon el currículo con el significado de referencia para identificar sesgos y determinar el significado procurado en textos y problemas; 3) especificaron el significado implementado en apuntes de clase y compararon con manuales. 4) caracterizaron el significado personal mediante resolución de problemas y análisis de representaciones y configuraciones semióticas. Los resultados revelaron vacíos de significado y complejidades semióticas en estudiantes de este nivel educativo.

También como trabajo doctoral Carpes (2019) estudia el conocimiento didáctico-matemático de los docentes para la enseñanza de los números racionales, basado en el sistema CDM. Para ello, desarrolla un curso de formación e investigación con profesores de Matemáticas que durante los últimos años ha tratado el objeto matemático número racional a nivel de primaria. El curso implicó nueve reuniones

presenciales y secuenciales en la que se discutieron los conocimientos didáctico-matemáticos del docente a la hora de impartir el tema específicamente a través de portafolios construido por profesores. De esta forma, mediante un enfoque cualitativo se evaluó la competencia didáctica de los procesos de instrucción matemáticas, enfatizando en los componentes e indicadores requeridos para evaluar cursos de preparación docente a través de las dimensiones del CDM, que se basa en la EOS. Los datos mostraron que los profesores tienen poca familiaridad con la metodología de resolución de problemas y los significados de los números racionales y su escritura; no obstante, los portafolios diseñados por los docentes guiaron la propuesta formativa, organizando actividades y fomentando interacciones y experiencias en el aula, que facilitaron una reflexión sobre el tema. En conclusión, el enfoque EOS en la formación de maestros de Matemáticas favorece el desarrollo de las competencias didáctico-matemáticas de los docentes. La tesis aporta elementos desde el conocimiento didáctico matemático de los números racionales, permitiendo reflexionar sobre la práctica pedagógica en el aula de clase y apropiar elementos del enfoque ontosemiótico para esquematizar el marco teórico al presente trabajo.

De igual forma, Gómez (2020) en su investigación doctoral trabaja los problemas aditivos con números racionales en un centro de dificultad, sus propósitos fueron básicamente elaborar una categorización de problemas de suma que abarcaran situaciones con cantidades desconocidas sin ser calculables, ampliando las clasificaciones convencionales, además de medir la dificultad de los diferentes tipos de problemas mediante pruebas empíricas y entender las estrategias que los alumnos emplean naturalmente al enfrentarse a estos desafíos. La metodología usada se cimienta en un paradigma pragmático, una investigación de diseño y método investigación-reflexión-acción (IRA). Los fundamentos teóricos se organizaron en tres áreas clave, vinculadas a los problemas de aritmética, la enseñanza de matemáticas en situaciones de desigualdad social y

el aprendizaje colaborativo, destacando especialmente los grupos interactivos. En conclusión este estudio permitió ver que las estrategias de resolución de problemas utilizadas espontáneamente por los alumnos son escasas, lo que sugiere un abandono de estos procesos; no obstante, se logró una clasificación de problemas de suma que se adapta a una etapa específica de aprendizaje y el trabajo con grupos interactivos resultó en una mayor motivación para los estudiantes lo que fortaleció los conocimientos, a la vez se consiguió identificar a aquellos estudiantes que se consideraban desorientados o “perdidos”.

A nivel nacional y local

La indagación teórica efectuada llevó a identificar algunos trabajos e investigaciones de orden nacional que han abordado el EOS en los procesos de enseñanza de la matemática desde diversos contextos temáticas.

Inicialmente se tiene a Rivera (2014) quien busco “determinar y promover estrategias metodológicas basadas en la comunicación que promovieran el aprendizaje de los números fraccionarios”; este objetivo implicó una metodología con enfoque cualitativo interpretativo, integrada a talleres para la identificación de las dificultades de los estudiantes con relación al concepto, interpretación, operacionalización y juicios en el desarrollo de los problemas con fracciones. Los resultados del diagnóstico evidenciaron problemas recurrentes en los escolares relacionados con manejo y comprensión de problemas que implican fracciones, relacionados con su concepto, interpretación, procesos de operación y juicios de resolución; posteriormente mediante la aplicación de estrategias comunicativas y registros del progreso en las actividades de aula, se observa el avance conceptual en el tema y una mejora en la habilidad para argumentar, criticar y contraargumentar, viéndose además un cambio en los puntos de vista y creencias sobre el tema, que son productos de un proceso de reestructuración de los equívocos y concepciones erradas a través de un aprendizaje significativo con

ayuda entre pares, lo que mejora la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas, porque permite la reflexión crítica de las operaciones y problemas planteados que conlleva a mayor comprensión.

Entre tanto, Sepúlveda (2016) en su trabajo doctoral analiza el Conocimiento Didáctico-Matemático de los docentes en formación matemática en su contexto epistémico, para establecer la existencia de conocimiento común y ampliado que sirve de base de los saberes especializados requeridos para ejercer la enseñanza. Se empleó una metodología mixta, exploratoria y descriptiva; el proceso se orientó al análisis de la configuración epistémica presente en las prácticas matemáticas y el grado de corrección de los ítems. A modo de conclusión de esta investigación se destaca la complejidad del objeto matemático Grupo, con dificultades tanto para los estudiantes como para los docentes, desde la perspectiva del EOS, el cual proporciona una contribución valiosa al identificar los diferentes objetos matemáticos, sus significados y su relevancia para las orientaciones curriculares. El presente trabajo aporta elementos teóricos y metodológicos para la puesta en marcha de soluciones a problemas investigativos en el área de matemáticas desde el EOS, además presenta un análisis de los textos de matemáticas bajo el enfoque mencionado y se convierte en una fuente para los futuros trabajos de investigación en torno a la matemática.

Por otra parte, Silva (2017), realizó una propuesta didáctica cimentada en el enfoque de la Teoría de las Situaciones Didácticas, buscando aumentar el aprendizaje de los números racionales en grado sexto, para tal fin se adoptó una metodología sociocrítica, articulada a la investigación, la acción y la formación. Entre los hallazgos más significativos, se destaca la importancia que los estudiantes otorgan a los números racionales expresados como fracciones y la dificultad que enfrentan al reconocer de manera clara la representación gráfica, especialmente cuando se trata de fracciones con particiones más pequeñas, comparación de magnitudes o equivalencias entre fracciones. En conclusión, el

proceso investigativo inicial evidenció errores y dificultades relacionadas principalmente con: la utilización incorrecta del concepto de fracción, interpretaciones erróneas y deducciones invalidas; este escenario llevó al diseño de la estrategia didáctica cimentada en nuevas tácticas, actividades, materiales, ayudas tecnológicas y métodos pedagógicos, las cuales fueron acotadas a las necesidades de los estudiantes. De otro lado, la observación sistemática reveló áreas conceptuales que necesitan refuerzo y correcciones en la propuesta de actividades que inició un nuevo ciclo de la espiral autorreflexiva, vital en la investigación-acción, dándole continuidad al proyecto con nuevos estudiantes y reiniciantes del proceso. Este trabajo es un aporte para la comunidad docente porque presenta una experiencia que sirve de base para diseñar y aplicar estrategias novedosas en el aprendizaje de los números racionales, utilizando un marco teórico sólido que permite un análisis más asertivo.

En otro orden de ideas Niño y Raad (2018) realizó una investigación con el propósito de describir y analizar el razonamiento sobre la fracción como relación parte-todo, en contextos continuos y discretos, para un nivel de básica primaria. El trabajo adopta una metodología mixta y se cimienta en el precepto teórico de la fracción en su relación como parte-todo y los constructos matemáticas fundamentados en esta relación. De los resultados obtenidos se destaca el reconocimiento de la unidad, sus partes e igualdad de estas; no obstante, se observó mayor la dificultad si se acrecienta la asimetría o irregularidad y subdivisiones del elemento estudiado. De igual forma el estudio evidencia mayor manejo de las propiedades, aunque cuando se acrecientan las subdivisiones hay dificultades para dar solución a la situación planteada.

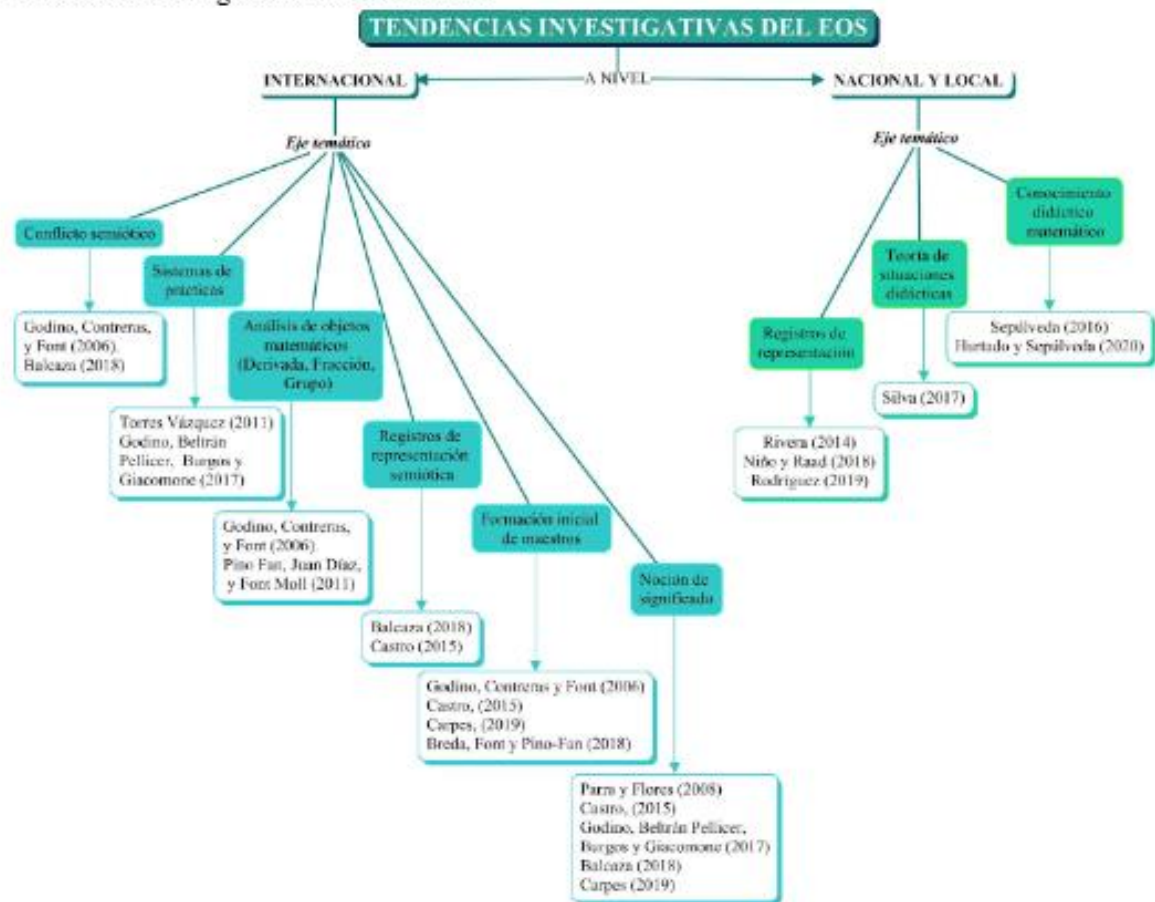
Así mismo, Rodríguez (2019) analiza una estrategia didáctica utilizada en la enseñanza y el aprendizaje del concepto matemático de fracción; el proceso involucró a estudiantes de sexto grado de un colegio rural de Quípama, Boyacá, Colombia; para ello el autor implicó una metodología cualitativa de tipo

descriptiva. Este estudio parte de un diagnóstico efectuado mediante la matriz de Vester, para luego proceder con la ampliación de estrategias cimentadas en la fotografía y compiladas en una secuencia didáctica para la construcción individual del conocimiento, bajo los preceptos teóricos de Raymond Duval y la Teoría de las representaciones semióticas. Finalizado el proceso se concluye que, gracias a la intervención con la secuencia didáctica se logró la apropiación de algunos conceptos de fracción y la potenciación de saberes específicos, consiguiendo que los estudiantes efectuaran el planteamiento y solución de problemas inherentes a la realidad. Además, los estudiantes no solo trabajaron de forma placentera y divertida, sino que usaron permanentemente los registros propios del lenguaje verbal, gráfico y aritmético, para hallar la respuesta asertiva de cada reto propuesto. En suma, con el concurso de fotografía matemática ejecutado no solo se expusieron y recalcaron elementos socioculturales y naturales del occidente de Boyacá, sino que se fortalecieron conceptos matemáticos propios de entorno como las fracciones, fomentando además la creatividad y observación.

Finalmente, Hurtado y Sepúlveda (2020) en el capítulo tres del libro *acontecere* en el aula de clase de matemáticas, compilado por Gonzáles y Sepúlveda (2020), comparten la continuidad de una investigación a nivel de maestría, cuyo objetivo era facilitar la construcción y emergencia de significados parciales (pretendidos) para genera en los estudiantes prácticas matemáticas asertivas al resolver los problemas o situaciones planteadas, para ello aplicaron tres situaciones problema desde los contextos variacional, métrico-geométrico y aritmético. El análisis constó de cuatro etapas: 1) se diseñó una situación problema para activar prácticas matemáticas e investigar los conocimientos previos sobre razón y proporción; 2) se llevó a cabo un análisis didáctico a priori; 3) se ejecutó la situación problema y se recopilaron datos a través de audios de interacciones entre profesores y estudiantes, así como algunos protocolos escritos; 4) se realizó

el análisis de la dimensión cognitiva (significados personales: global, declarado y logrado) basado en las prácticas matemáticas empleadas por los estudiantes al resolver la situación propuesta, permitiendo identificar constructos lingüísticos, nociones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos utilizados por los estudiantes. En conclusión, los autores lograron la identificación de elementos lingüísticos relacionados a las prácticas matemáticas de los escolares, permitiéndoles comprender algunos significados de los objetos razón y proporción y conocer la diversidad de representaciones simbólicas que ofrecen los estudiantes al construir dichos objetos.

Figura 1
Tendencias investigativas en torno al EOS



Fuente: Creación propia de la autora.

Conclusiones

La revisión teórica de las diversas investigaciones y resultados de trabajos académicos concernientes al objeto matemático fracción en relación con el EOS permite evidenciar una rica gamma de contribuciones desde la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje, análisis de libros de texto de matemáticas, modelización de objetos matemáticos a través de procesos estocásticos, significados holísticos de un sinnúmero de objetos matemáticos, entre otros; proporcionando a la comunidad científica y académica elementos teóricos que sirven de referencia para que los docentes implementen estrategias asertivas que permiten reflexionar y analizar las prácticas de aula para mejorar aquellos procesos que presentan dificultad y que conllevan a mejorar la calidad educativa.

Las tendencias investigativas obtenidas del análisis de las repercusiones didácticas del objeto matemático fracción están enfocadas en describir y analizar las interpretaciones de las fracciones en contextos continuos, discretos y con los diferentes registros de representación, para lograr en los estudiantes la construcción de los significados pretendidos. También se destaca el análisis, desde el enfoque EOS, de los significados de las fracciones en un grupo de estudiantes con bajo rendimiento académico y el estudio sobre la formación inicial de maestros de magisterio en relación con el concepto de fracción, bajo la perspectiva de "parte todo".

Según los análisis realizados en las distintas investigaciones, se deduce que el EOS como marco teórico para la Didáctica de las Matemáticas permite analizar los diferentes procesos de enseñanza y aprendizajes desarrollados en las prácticas matemáticas; de esta forma, se generan nuevos aportes teóricos que facilitan la permanencia y movilidad de los estudiantes por las instituciones.

Referencias

- Artigue, M., Douady, R. y Moreno, L. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. Serapio Rendón 125. Col. San Rafael, 06470 México, D.F.
- Balcaza, T. B. (2018). *Investigación acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la optimización en Bachillerato, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico y de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica* (Vol. 32). Jaén: Universidad de Jaén.
- Bauman, Z. (2003). *Modernidad Líquida*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 32(60), 255 - 278. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291265462018>
- Carpes, P. P. (3 de abril de 2019). *Conhecimentos didáctico-matemáticos do professor de matemática para o ensino de números racionais*. Santa María/RS: Universidad Franciscana. Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/tesisdoctorales.html>
- Castro, R. E. (2015). *Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros*. Granada: Universidad de Granada, Tesis Doctorales.
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas. *Revista Suma*, 17, 10-16. <http://funes.uniandes.edu.co/7724/>
- Font, V. y Rubio, N. (2017). Procesos matemáticos en el Enfoque Ontosemiótico. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.*, 1-21.

- Godino, J. D. (2002). Un Enfoque Ontológico y Semiótico. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.*, 237- 284.
- Godino, J. D. (2017). construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*, 1-19.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Beltrán Pellicer, P., Burgos, M. y Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*, 1-13.
- Godino, J. D., Contreras, Á. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 26 (1)*, 39-88.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 31(57), 90-103.
- Gómez, B. A. (2020). *Problemas aditivos de una etapa con números racionales en un centro de especial dificultad*. Valladolid: la Universidad de Valladolid, Tesis Doctorales.
- González, N. R. y Sepúlveda, O. (2020). *acontecerees en el aula de clase de matemáticas*. Tunja: Editorial UPTC. Colección 80 años - Facultad de Ciencias de la Educación, No. 13.
- Hernández, S. y. (2008). Metodología de la Investigación. México, D.F., Colonia Desarrollo Santa Fe, Delegación Álvaro Obregón.
- Hurtado, M. Á. y Sepúlveda, O. D. (2020). *Aconteceres en el aula de Matemáticas*. Tunja: Editorial UPTC.

- MEN. (2006). *Ministerio de Educación Nacional*.
- Niño, P. A. y Raad, V. Y. (2018). *Interpretación de "La fracción como relación parte-todo" en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia comunicativa*. Bogotá: Universidad Javeriana.
- Parra, M. Á. y Flores, R. d. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*, 20(1), 31-52. <https://www.redalyc.org/pdf/405/40512063003.pdf>
- PEI. (2013). *Proyecto Educativo Institucional*. San José de Pare: Institución Educativa Técnica la Amistad.
- Pino Fan, L. R., Juan Díaz, G. y Font Moll, V. (2011). Faceta Epistémica Del Conocimiento Didáctico Matemático Sobre La Derivada. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, 13(1), 141-178. <http://funes.uniandes.edu.co/24491/1/Pino-Fan2011Faceta.pdf>
- Rivera, M. M. (2014). Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números fraccionarios. *Academia y Virtualidad*, 7(1), 86-101. <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/27>
- Rodríguez, Y. B. (2019). *Fracciones y Realidad*. [Tesis de maestría]: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Sepúlveda, D. O. (2016). *Conocimiento didáctico matemático del profesor universitario para la enseñanza del objeto grupo*. Tesis de Doctorado: Universidad pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Silva, H. A. (2017). *Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números*. Maestría en Ciencias de la Educación: Universidad Libre Bogotá.
- Torres, V. W. (2011). El Enfoque Ontosemiótico para la investigación en educación matemática: Una reflexión crítica. *Cuaderno de Investigación en la Educación* (26), 54-



69. <https://revistas.upr.edu/index.php/educacion/article/view/13317/10982>